

**Exercice n°1 :** (6points)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  par :

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

On désigne par  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ .
- 2) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$ . Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
- 3) a) Montrer que pour tout  $x \in ]-\infty, 0[$  ; on a :  $1 - x^2 \leq f(x) \leq 1 + x^2$   
 b) Montrer que  $f$  est continue en 0.
- 4) Montrer que  $f$  est prolongeable par continuité en 1.
- 5) a) Déterminer le domaine de continuité de  $f$ . (Justifier la réponse)  
 b) Sans résoudre l'équation  $f(x) = 2$  montrer qu'elle admet une solution  $\alpha$  dans  $]1.6 ; 1.7[$ .

**Exercice n°2 :** (6points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère  $A, B, C$  et  $I$  d'affixes respectifs :  $Z_A = -2i$  ;  $Z_B = 1+i$  ;  $Z_C = 4+2i$  et  $Z_I = 2$ .

- 1) a) Placer sur une figure les points  $A, B, C$  et  $I$ .  
 b) vérifier que  $I$  est le milieu du segment  $[AC]$ .
- 2) a) Calculer les affixes des vecteurs  $\overrightarrow{BA}$  et  $\overrightarrow{BC}$ .  
 b) Montrer que le triangle  $ABC$  est isocèle en  $B$ .
- 3) Soit  $D$  le symétrique de  $B$  par rapport au point  $I$ .  
 a) Déterminer l'affixe  $Z_D$  du point  $D$ .

b) Montrer que le quadrilatère ABCD est un losange.

Exercice n°3 : (4points)

Cocher la réponse juste

1)  $1-3i$  est une racine carrée de

a)  $8-6i$

b)  $-8-6i$

☒ c)  $10-6i$

2) les solutions de l'équation  $Z^2 - 2Z + 2 = 0$  sont :

☒ a)  $1+i$  et  $1-i$

b)  $1-2i$  et  $1+i$

c)  $1-2i$  et  $1+2i$

3) l'ensemble des points  $M(z)$  vérifiant est :  $\frac{z-1}{z-i} \in i\mathbb{R}$  est :

a) la médiatrice de  $[AB]$  ou  $A(1)$  et  $B(i)$ .

☒ b) le cercle de diamètre  $[AB]$  ou  $A(1)$  et  $B(i)$ .

4) la limite de la fonction  $f(x) = \sqrt{x^2 + 3} - x$  en  $+\infty$  est :

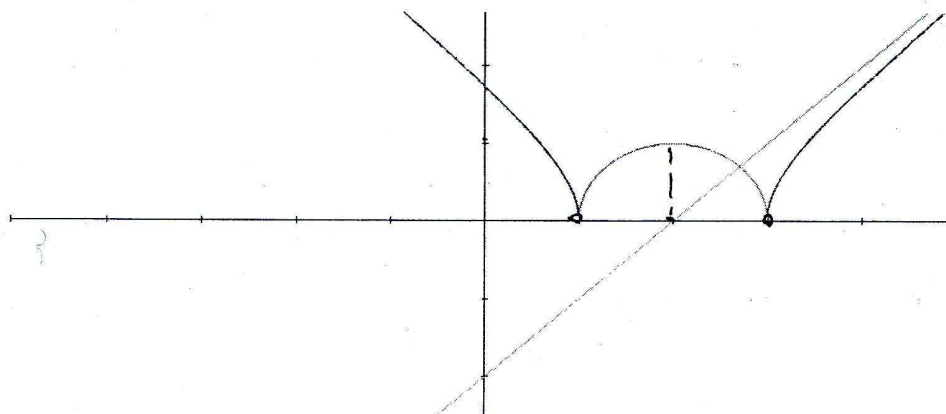
a) 3

b) 0

☒ c)  $+\infty$

Exercice n°4 : (4points)

La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction définie sur  $\mathbb{R}$



1)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

$$f(1) = \dots 0 \dots$$

$$f(2) = \dots 1 \dots$$

$$f(3) = 0 \dots \text{et } f'(2) = 0.$$

2) Dresser le tableau de variation de  $f$ .

**Bonne Chance**